Prof. Martín Moyano

Z2053 PRIMER EXAMEN PARCIAL ANÁLISIS MATEMÁTICO II (recuperatorio 2020)

EJERCICIO 1: Analizar la continuidad de las siguientes funciones, en el origen de coordenadas

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y}{x^4-y^2} & si \quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & si \quad (x,y)=(0,0)\end{cases} \quad ; \quad g(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & si \quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & si \quad (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

EJERCICIO 2: Determinar la existencia de extremos y puntos silla de $f(x,y)=x^3+y^3-27x-12y$

EJERCICIO 3: Dar la expresión del polinomio de Taylor de orden 2 de $f(x,y)=ln(x+y)$, en el punto $(x_0,y_0)=(1,2)$

EJERCICIO 4: Encuentre la solución particular de la ecuación diferencial $y\acute{} + sen(x)y=0$, que verifica la condición: $y(0)=5$

AM 2	1° parcial (recup) Prof. Moyano	HOJA N° 1/2 FECHA 2020

E1 Analizar la continuidad de los sig. funciones en el (0,0):

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 - y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- $f(0,0) = 0$
- ¿$\exists \lim\limits_{(xy)\to(0,0)} f(x,y)$? $\lim\limits_{(xy)\to(0,0)} \dfrac{x^2 y}{x^4 - y^2} \xrightarrow{y=2x^2} \lim\limits_{(xy)\to(0,0)} \dfrac{x^2 2x^2}{x^4 - 4x^4} = -\dfrac{1}{2}$

$y = 3x^2$: $\lim\limits_{(xy)\to(0,0)} \dfrac{x^2 3x^2}{x^4 - 9x^4} = -\dfrac{1}{3}$ $\neq$ $\boxed{\nexists \lim}$

$$\boxed{\nexists \lim_{(xy)\to(0,0)} f(x,y) \Rightarrow f \text{ NO es cont en } (0,0)}$$

$$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- $g(0,0) = 0$
- ¿$\exists \lim\limits_{(xy)\to(0,0)} g(x,y)$? $\lim\limits_{(xy)\to(0,0)} \dfrac{\overset{\to 0}{x}\, y}{\underbrace{\sqrt{x^2+y^2}}_{}}$ acot $= 0$ (acotado x infinitesimal)

- $\underset{0}{g(0,0)} = \underset{0}{\lim\limits_{xy\to 00} g(xy)} \Rightarrow \boxed{g \text{ es continua en } 0,0}$

NOTA

E2 a) Determinar la existencia de extremos y punto silla

$$f(x,y) = x^3+y^3-27x-12y$$

f es dif $\Rightarrow$ busco $PC=(x,y) \;/\; \nabla f(x,y)=(0,0)$

$$\begin{cases} f'_x = 3x^2-27=0 \longrightarrow x=3 \\ f'_y = 3y^2-12=0 \longrightarrow y=2 \end{cases} \rightarrow \boxed{PC=(3,2)}$$

Criterio del hessiano

$$\left.\begin{aligned} f''_{xx} &= 6x \longrightarrow f''_{xx}(3,2)=18 \\ f''_{xy} &= 0 \longrightarrow f''_{xy}(3,2)=0 \\ f''_{yy} &= 6y \longrightarrow f''_{yy}(3,2)=12 \end{aligned}\right\} \rightarrow H(a,b) = \begin{pmatrix} 18 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \rightarrow \underbrace{|H(3,2)|>0}_{\text{Hay extremo}}$$

$f''_{xx}=18>0 \rightarrow$ hay mínimo

f alcanza mínimo local en $(3,2)$ y toma valor -70

E3 Dar la expresión del pol. de Taylor de orden 2 de $f(x,y)=\ln(x+y)$ en $(1,2)$

$f(1,2)=\ln(3)$ $\quad f'_x(1,2)=\left.\frac{1}{x+y}\right|_{(1,2)}=\frac{1}{3}$ $\quad f'_y(1,2)=\left.\frac{1}{x+y}\right|_{(1,2)}=\frac{1}{3}$

$f''_{xx}(1,2)=\left.\frac{-1}{(x+y)^2}\right|_{(1,2)}=-\frac{1}{9}$; $f''_{xy}(1,2)=\left.\frac{-1}{(x+y)^2}\right|_{1,2}=-\frac{1}{9}$; $f''_{yy}(1,2)=-\frac{1}{9}$

$$P(x,y)=f(1,2)+f'_x(1,2)(x-1)+f'_y(1,2)(y-2)+\frac{1}{2}\left[f''_{xx}(1,2)(x-1)^2+2f''_{xy}(1,2)(x-1)(y-2)+f''_{yy}(1,2)(y-2)^2\right]=$$

$$\boxed{P(x,y)=\ln(3)+\frac{1}{3}(x-1)+\frac{1}{3}(y-2)-\frac{1}{18}(x-1)^2-\frac{1}{9}(x-1)(y-2)-\frac{1}{18}(y-2)^2}$$

NOTA

AM2	1º parcial (rec) Prof. Magamo	HOJA Nº 2/2 FECHA 2020

E4 Encontrar la solución particular de la ecuación diferencial $y' + sen(x) y = 0$ que verifica la condición $y(0)=5$

$$y' + sen(x) y = 0$$

$$y' = - sen(x) \cdot y$$

$$\frac{y'}{y} = - sen(x)$$

integro m.a.m $\Rightarrow \ln(y) = \cos(x) + c$

$$e^{y} = e^{\cos(x)+c} = e^{\cos(x)} e^{c}$$

$$\boxed{y = k e^{\cos(x)}}$$

condición: $y(0)=5$

$$5 = k e^{\cos(0)} = k e \rightarrow k = 5e^{-1}$$

$$y = 5e^{-1} e^{\cos(x)}$$

$$\boxed{y = 5 e^{\cos(x)-1}}$$

NOTA